



SIMULAREA JUDEȚEANĂ A EXAMENULUI DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2016

Proba E.c) M_info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real m pentru care $z = (m+1)i + (2m-3)i^3$ este un număr real, unde $i \in \mathbb{C}, i^2 = -1$.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care soluțiile x_1, x_2 ale ecuației $x^2 - 5x + m = 0$ verifică egalitatea $x_1 - x_2 = 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4 + 4^x = 5 \cdot 2^x$.
- 5p 4. Calculați câte numere naturale de trei cifre nu conțin cifrele 2, 3 și 4.
- 5p 5. Știind că $ABCD$ este un paralelogram în care $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ și $\overrightarrow{MD} = 3 \cdot \overrightarrow{MN}$, demonstrați că punctele A, N și C sunt coliniare.
- 5p 6. Arătați că $\sin \frac{17\pi}{6} + \cos \frac{14\pi}{3} = 0$.

Subiectul al II – lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 12 & 16 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
- 5p (a) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $AX = B$.
- 5p (b) Rezolvați ecuația $\det(A - xI_2) = 0$.
- 5p (c) Demonstrați că, dacă matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ verifică relația $AX = XA$, atunci există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$.
2. Pentru orice număr real $r > 0$ se consideră mulțimea $A(r) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = r\}$.
- 5p a) Arătați că $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \in A(1)$.
- 5p b) Determinați numărul real r astfel încât $A(r)$ să fie parte stabilă a mulțimii \mathbb{C} a numerelor complexe în raport cu înmulțirea acestora.
- 5p c) Demonstrați că $(A(1), \cdot)$ este un grup abelian.

Subiectul al III – lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$.
- 5p a) Determinați numărul rațional q pentru care $q - f'(1) = \ln 2$.
- 5p b) Arătați că graficul funcției admite o singură asimptotă.
- 5p c) Demonstrați că, pentru orice $x \in (1, +\infty)$, inegalitatea $f(x) < \ln 2$ este adevărată.
2. Se consideră funcția $g_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g_n(x) = \cos^n x$, cu $n \in \mathbb{N}$.
- 5p a) Arătați că dacă G este primitiva funcției g_1 , pentru care $G(0) = 0$, atunci $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.
- 5p b) Calculați $H\left(\frac{\pi}{2}\right)$, știind că H este primitiva funcției g_2 , pentru care $H(0) = 0$.
- 5p c) Determinați $I = \int x \cdot g_1(x) dx$.